

# Casser des Graphes

– sujet de stage –

Matthieu Latapy et Clémence Magnien

LIP6 – CNRS et Sorbonne Université – Paris

matthieu.latapy@lip6.fr

clemence.magnien@lip6.fr



FIGURE 1 – De gauche à droite : le canal de Suez bloqué par un bateau ; un câble internet sectionné ; blocage du périphérique parisien.

Beaucoup de mouvements sociaux ou écologistes utilisent des **blocages de rues** ou d'autres **perturbations de réseaux d'infrastructures** pour faire entendre leurs voix. Par exemple, la CGT et *Dernière Rénovation* mobilisent des petits groupes d'individus pour bloquer la circulation sur certaines rues. D'autres activistes sectionnent des câbles de télécommunications ou sabotent des antennes. Voir Figure 1.

**L'impact réel ou potentiel de telles actions est toutefois mal connu, et très peu étudié.** Par exemple, est-il possible de couper une ville, un quartier, ou une région en deux parties déconnectées ? Est-il possible d'isoler du reste du réseau un quartier ciblé ? À quel coût (combien d'axes coupés, de quelle largeur) ? Avec quelles hypothèses ? Comment évaluer l'étendue de la perturbation obtenue ? ...

Ces questions sont très proches de plusieurs problématiques classiques en informatique, notamment l'étude des **coupes de graphes**. Une coupe est un ensemble d'arêtes (ou de sommets) qui, si elles sont supprimées, divisent le graphe en plusieurs composantes connexes. Comme le montre la Figure 2, toutes les coupes ne se valent pas en termes de perturbation.

L'objectif central de ce stage est d'**étudier l'impact potentiel d'actions de blocages dans les réseaux urbains**, avec un haut niveau de réalisme obtenu grâce aux données de terrain extrêmement riches aujourd'hui disponibles, et en tirant parti des implémentations tout aussi riches d'algorithmes de coupes de graphes actuellement disponibles.

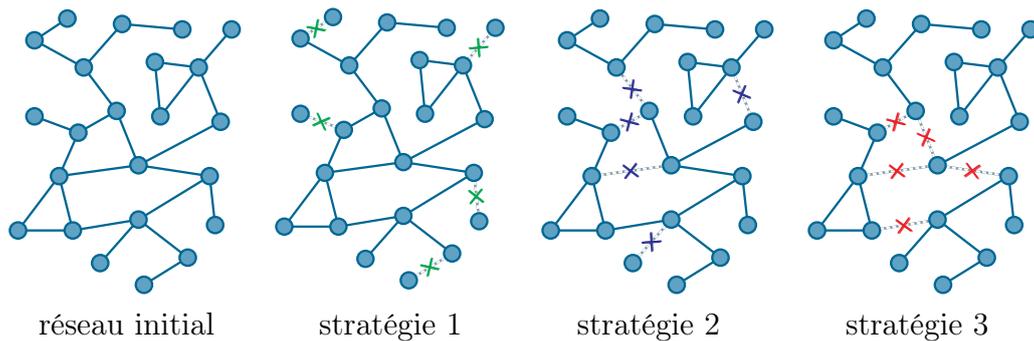


FIGURE 2 – Un réseau (à gauche), puis trois stratégies supprimant chacune 5 liens. La stratégie 1 (en vert) laisse l’essentiel du réseau connecté. La stratégie 2 (en bleu) casse le réseau en morceaux déconnectés les uns des autres, mais laisse encore une grosse partie du réseau connectée. La stratégie 3 (en rouge, à droite) fait des morceaux plus petits.

Plus précisément, nous avons identifié les axes de travail suivants.

- À partir des données *OpenStreetMap*<sup>1</sup> et éventuellement d’autres cartographies ouvertes, nous voulons modéliser la ville comme un graphe de rues et de carrefours. Cette modélisation devra intégrer les éléments qui jouent un rôle clé dans notre contexte de coupes, en particulier le coût de blocage de chaque tronçon. En un premier temps, on pourra estimer la largeur du tronçon (nombre de voies, distance entre les bâtiments), mais la vitesse autorisée peut aussi être un paramètre, ou la nature du tronçon (les ponts ou les tunnels, par opposition aux chaussées classiques, par exemple).
- Nous voulons explorer les variantes des problèmes de coupes pertinentes dans le contexte des blocages. On pense par exemple aux classiques coupes équilibrées (le réseau est coupé en composantes de tailles similaires), mais également à des variantes plus originales : coupes ciblées (on vise à séparer une partie spécifique du réseau), coupes diversifiées (on cherche plusieurs coupes très différentes), coupes robustes (le graphe reste coupé même si certains liens sont rétablis), coupes dynamiques (on ne peut couper un lien que pour un temps limité), etc. Il s’agira de définir formellement ces variantes et d’identifier l’état-de-l’art correspondant : lesquelles ont été étudiées, dans quels contextes, avec quels résultats ?
- Après ces modélisations sous forme de graphes valués, nous aurons une approche en un premier temps empirique. Nous appliquerons les algorithmes de recherche de coupes de diverses sortes, implémentés notamment dans les bibliothèques KaHIP<sup>2</sup> et Scotch<sup>3</sup>. Il s’agira de faire le tour des algorithmes et heuristiques implémentées, d’évaluer leurs performances (temps de calcul, espace mémoire, qualité des résultats) en pratique que les graphes qui nous intéressent, et d’étudier la pertinence des résultats obtenus (optimalité, équilibre des coupes, diversité et robustesse des coupes, par exemple).
- Nous souhaitons également étudier les caractéristiques des coupes obtenues en pra-

1. <https://www.openstreetmap.org>

2. <https://kahip.github.io/>

3. <https://www.labri.fr/perso/pelegrin/scotch/>

tique : leur taille, leur structure, mais aussi les propriétés des liens à couper et des partitions obtenues. Pour ces derniers objectifs, nous nous rapprocherons des travaux sur la partition de graphes en communautés (comme les algorithmes Louvain, WalkTrap, InfoMap ou Girvan-Newman). Ceux-ci reposent le plus souvent sur des métriques mesurant la qualité des partitions obtenues (comme la modularité, mais pas uniquement) ainsi que diverses notions de centralité (la *betweenness* par exemple). Ces métriques nous serviront à décrire et analyser les résultats des algorithmes de coupes de graphes. De plus, la détection de communautés produit implicitement des coupes, avec des approches *a priori* très différentes des algorithmes de coupes de graphes classiques ; nous explorerons les rapprochements possibles entre les deux approches.

- De façon similaire, nous souhaitons explorer les relations entre ces approches et les travaux sur la robustesse qui étudient l'évolution de la taille des composantes connexes lorsque l'on supprime les liens un à un. La similarité avec les coupes de graphes est frappante, et nous voulons comparer les séquences de liens choisies par les deux approches, leurs similitudes, leurs impacts respectifs. Nous souhaitons également quantifier plus finement l'état du réseau qu'avec la connexité : la distance moyenne ou le diamètre pourraient être des métriques plus pertinentes, avec toutefois une difficulté liée aux distances infinies. Ici aussi, les travaux dans le domaine de la robustesse pourront donner des pistes.
- Nous étudierons la possibilité d'intégrer l'information temporelle dans les problèmes de coupe, notamment via la modélisation en *stream graphs*<sup>4</sup>, qui a déjà généralisé de nombreux concepts de théorie des graphes. En particulier, un blocage n'est pas en général de longue durée. Par conséquent, les coupes elles-mêmes doivent être dynamiques : les arêtes ou sommets supprimés ne le sont que temporairement, et peuvent varier au cours du temps.

---

4. *Stream Graphs and Link Streams for the Modeling of Interactions over Time et Weighted, Bipartite, or Directed Stream Graphs for the Modeling of Temporal Networks*, par Matthieu Latapy, Clémence Magnien et Tiphaine Viard, <https://arxiv.org/abs/1710.04073> et <https://arxiv.org/abs/1906.04840>