

Casser des Graphes

– sujet de stage –

Matthieu Latapy et Thomas Bellitto

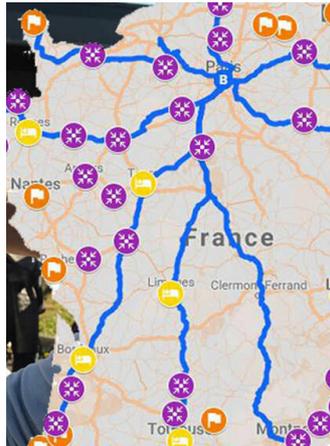
LIP6 – CNRS et Sorbonne Université – Paris

équipes *Complex Networks* et *Recherche Opérationnelle*

manifestations



saturations



blocages



Quelques exemples de mobilisations qui interfèrent avec le trafic routier. De gauche à droite : une manifestation classique ; convergence de véhicules des *convoyos de la liberté* ; blocage du périphérique parisien par *dernière rénovation*.

1 Contexte

Beaucoup d'actions menées par les activistes de divers mouvement sociaux repose sur des **bloques de rues** ou d'autres **perturbations du trafic routier**. Par exemple, les *convoyos de la liberté*, organisés par des opposants aux restrictions sanitaires liées au Covid-19, ont fait converger des camions et autres véhicules de façon décentralisée mais synchronisée vers de grandes villes (souvent des capitales), pour provoquer des saturations. Les campagnes *dernière rénovation*, quant à elles, reposent sur des petits groupes d'individus bloquant la circulation sur certaines rues ; le but est de créer un effet psychologique et médiatique fort, et de perturber le fonctionnement de la ville pour obtenir des mesures de grande ampleur (la rénovation du parc immobilier, en particulier).

L'impact réel ou potentiel de telles actions est toutefois mal connu, et très peu étudié. Par exemple, est-il possible de couper une ville, un quartier, ou une région en deux parties déconnectées ? Est-il possible d'assurer que ces deux parties aient une taille significative ? Est-il possible d'isoler du reste de la ville un quartier ciblé ? À quel coût (combien de routes coupées, de quelle largeur) ? Avec quelles hypothèses ? ...

Ces questions sont très proches de plusieurs problématiques classiques en informatique, notamment l'étude des **coupes de graphes**. Une coupe est un ensemble d'arêtes (ou de sommets) qui, si elles sont supprimées, divisent le graphe en plusieurs composantes connexes. Une coupe est minimale si elle contient un nombre minimal d'arêtes. Le graphe est souvent valué, et alors

on minimise la somme des poids des arêtes supprimées. De plus, des variantes existent dans lesquelles on demande à ce que les composantes connexes obtenues soient de tailles équilibrées (coupes optimales), ou dans lesquelles on cible des sommets s et t à séparer (s, t -coupes). Sur un réseau urbain, le poids représente typiquement la largeur des rues ; on voit alors qu'un blocage aura tout intérêt à cibler une coupe minimale, suivant différents critères. Trouver une telle coupe a un coût polynomial, mais cubique (voire quadratique) en le nombre de sommets.

Par ailleurs, **les données nécessaires** pour explorer concrètement ces questions sont aujourd'hui disponibles. En particulier, OpenStreetMap fournit librement des cartes extrêmement précises des zones urbaines du monde entier.

2 Objectifs

L'objectif central de ce stage est d'**étudier l'impact potentiel d'actions de blocages dans les réseaux urbains**, avec un haut niveau de réalisme obtenu grâce aux données de terrain et à une modélisation appropriée, et en reposant sur l'algorithmique extrêmement riche disponible sur les coupes de graphes.

En reposant sur OpenStreetMap, nous voulons tout d'abord **modéliser la ville** comme un graphe de rues et de carrefours, à un niveau de granularité suffisamment fin pour répondre à la question posée. Nous devons en particulier intégrer des éléments comme la longueur des rues, et leur largeur avec ses variations le long de la rue. La largeur modélisera la capacité de chaque tronçon, et donc sa susceptibilité d'être bloquée.

Forts de ces données et de leurs modélisations sous forme de graphes valués, nous aurons une approche en un premier temps empirique. Nous appliquerons les algorithmes de **recherche de coupes** de diverses sortes sur les graphes obtenus, et évaluerons ainsi la faisabilité des calculs exacts ou approchés en pratique. Nous analyserons également les propriétés des coupes obtenues, afin d'étudier leur pertinence dans notre contexte applicatif. Par exemple, une coupe isolant seulement un sommet ne sera pas très pertinente ; nous étudierons les variantes des problèmes de coupes permettant d'améliorer la pertinence des solutions.

La complexité des calculs de coupes minimales étant polynomiale, mais non négligeable, nous essaierons de **caractériser les réseaux urbains** afin de tirer parti de leurs propriétés spécifiques dans les algorithmes. En particulier, les graphes considérés sont naturellement plongés dans l'espace, et sont quasiment planaires, mais pas tout à fait. Or, les calculs de coupes sont connus pour être bien plus efficaces sur les graphes planaires que dans le cas général ; nous explorerons cette notion de quasi-planarité, et son articulation avec les algorithmes pour graphes planaires.

Nous étudierons ensuite la possibilité d'**intégrer l'information temporelle** dans les problèmes de coupe, notamment via la modélisation en *stream graphs*, qui a déjà généralisé de nombreux concepts de théorie des graphes. En particulier, il doit être clair que le blocage d'une rue n'est pas, en général, de longue durée. Par conséquent, les coupes elles-mêmes doivent être dynamiques : les arêtes ou sommets supprimés ne le sont que temporairement, et peuvent varier au cours du temps.