Complexité de l'exploration par agent mobile des graphes dynamiques T-intervalle-connexes

Ahmed Mouhamadou Wade

LiP6, UPMC, Paris

02 octobre 2014

Exploration de graphes dynamiques par agent mobile

Thématique

Une entité mobile (appelée agent) se déplaçant dans un graphe doit traverser/visiter au moins une fois chacun de ses sommets.

Objectif

Déterminer la complexité en temps et en nombre de mouvements

Motivations

- le calcul par agent mobile
- l'étude des réseaux dynamiques

Exploration de graphes dynamiques par agent mobile

Thématique

Une entité mobile (appelée agent) se déplaçant dans un graphe doit traverser/visiter au moins une fois chacun de ses sommets.

Objectif

Déterminer la complexité en temps et en nombre de mouvements

Motivations

- le calcul par agent mobile
- l'étude des réseaux dynamiques

Exploration de graphes dynamiques par agent mobile

Thématique

Une entité mobile (appelée agent) se déplaçant dans un graphe doit traverser/visiter au moins une fois chacun de ses sommets.

Objectif

Déterminer la complexité en temps et en nombre de mouvements

Motivations

- le calcul par agent mobile
- l'étude des réseaux dynamiques

Exploration de graphes

Thématique (rappel)

Une entité mobile (appelée agent) se déplaçant dans un graphe doit traverser/visiter au moins une fois chacun de ses sommets.

Exploration de graphes

- Problème classique très étudié dans les graphes statiques depuis l'article originel de Claude Shannon [Shan51]
- La complexité en temps, en espace ou l'impact d'une connaissance à priori
- Peu étudié dans les graphes dynamiques
- Graphes périodiquement variables [FMS13, IW11]

Exploration de graphes

Thématique (rappel)

Une entité mobile (appelée agent) se déplaçant dans un graphe doit traverser/visiter au moins une fois chacun de ses sommets.

Exploration de graphes

- Problème classique très étudié dans les graphes statiques depuis l'article originel de Claude Shannon [Shan51]
- La complexité en temps, en espace ou l'impact d'une connaissance à priori
- Peu étudié dans les graphes dynamiques
- Graphes périodiquement variables [FMS13, IW11]

Exploration de graphes

Thématique (rappel)

Une entité mobile (appelée agent) se déplaçant dans un graphe doit traverser/visiter au moins une fois chacun de ses sommets.

Exploration de graphes

- Problème classique très étudié dans les graphes statiques depuis l'article originel de Claude Shannon [Shan51]
- La complexité en temps, en espace ou l'impact d'une connaissance à priori
- Peu étudié dans les graphes dynamiques
- Graphes périodiquement variables [FMS13, IW11]

Exploration de graphes

Thématique (rappel)

Une entité mobile (appelée agent) se déplaçant dans un graphe doit traverser/visiter au moins une fois chacun de ses sommets.

Exploration de graphes

- Problème classique très étudié dans les graphes statiques depuis l'article originel de Claude Shannon [Shan51]
- La complexité en temps, en espace ou l'impact d'une connaissance à priori
- Peu étudié dans les graphes dynamiques
- Graphes périodiquement variables [FMS13, IW11]

Exploration de graphes

Thématique (rappel)

Une entité mobile (appelée agent) se déplaçant dans un graphe doit traverser/visiter au moins une fois chacun de ses sommets.

Exploration de graphes

- Problème classique très étudié dans les graphes statiques depuis l'article originel de Claude Shannon [Shan51]
- La complexité en temps, en espace ou l'impact d'une connaissance à priori
- Peu étudié dans les graphes dynamiques
- Graphes périodiquement variables [FMS13, IW11]

Agents mobiles

Définition ([Briot et Demazeau, 2001])

Un agent est une entité logicielle ou physique à qui est attribuée une certaine mission qu'elle est capable d'accomplir de manière autonome et en coopération avec d'autres agents.

Quelques exemples d'utilisation

Agent logiciel

- maintenance d'un réseau informatique
- recherche d'informations

Robot mobile

- exploration d'endroits inaccessibles à l'homme

Agents mobiles

Définition ([Briot et Demazeau, 2001])

Un agent est une entité logicielle ou physique à qui est attribuée une certaine mission qu'elle est capable d'accomplir de manière autonome et en coopération avec d'autres agents.

Quelques exemples d'utilisation

Agent logiciel

- maintenance d'un réseau informatique
- recherche d'informations

Robot mobile

- exploration d'endroits inaccessibles à l'homme

Modélisation de l'environnement de l'agent

Les systèmes distribués deviennent de plus en plus dynamiques.

Quelques causes

- Fréquentes connexions et déconnexions au réseau
- Pannes fréquentes dues à la grande taille des réseaux
- Objets communicants en veille (énergie limitée)

Modèles classiques : les réseaux statiques tolérant aux fautes

- En supposant que la fréquence des fautes est faible
- En revenant sur le dernier état stable en cas de fautes

En fait, ces modèles deviennent insuffisants pour certains réseaux très dynamiques.

Modélisation de l'environnement de l'agent

Les systèmes distribués deviennent de plus en plus dynamiques.

Quelques causes

- Fréquentes connexions et déconnexions au réseau
- Pannes fréquentes dues à la grande taille des réseaux
- Objets communicants en veille (énergie limitée)

Modèles classiques : les réseaux statiques tolérant aux fautes

- En supposant que la fréquence des fautes est faible
- En revenant sur le dernier état stable en cas de fautes

En fait, ces modèles deviennent insuffisants pour certains réseaux très dynamiques.

Modélisation de l'environnement de l'agent

Les systèmes distribués deviennent de plus en plus dynamiques.

Quelques causes

- Fréquentes connexions et déconnexions au réseau
- Pannes fréquentes dues à la grande taille des réseaux
- Objets communicants en veille (énergie limitée)

Modèles classiques : les réseaux statiques tolérant aux fautes

- En supposant que la fréquence des fautes est faible
- En revenant sur le dernier état stable en cas de fautes

En fait, ces modèles deviennent insuffisants pour certains réseaux très dynamiques.

Modélisation de l'environnement de l'agent

Les systèmes distribués deviennent de plus en plus dynamiques.

Quelques causes

- Fréquentes connexions et déconnexions au réseau
- Pannes fréquentes dues à la grande taille des réseaux
- Objets communicants en veille (énergie limitée)

Modèles classiques : les réseaux statiques tolérant aux fautes

- En supposant que la fréquence des fautes est faible
- En revenant sur le dernier état stable en cas de fautes

En fait, ces modèles deviennent insuffisants pour certains réseaux très dynamiques.

Modélisation de l'environnement de l'agent

Les systèmes distribués deviennent de plus en plus dynamiques.

Quelques causes

- Fréquentes connexions et déconnexions au réseau
- Pannes fréquentes dues à la grande taille des réseaux
- Objets communicants en veille (énergie limitée)

Modèles classiques : les réseaux statiques tolérant aux fautes

- En supposant que la fréquence des fautes est faible
- En revenant sur le dernier état stable en cas de fautes

En fait, ces modèles deviennent insuffisants pour certains réseaux très dynamiques.

Modélisation de l'environnement de l'agent

Les systèmes distribués deviennent de plus en plus dynamiques.

Quelques causes

- Fréquentes connexions et déconnexions au réseau
- Pannes fréquentes dues à la grande taille des réseaux
- Objets communicants en veille (énergie limitée)

Modèles classiques : les réseaux statiques tolérant aux fautes

- En supposant que la fréquence des fautes est faible
- En revenant sur le dernier état stable en cas de fautes

En fait, ces modèles deviennent insuffisants pour certains réseaux très dynamiques.

Modélisation de l'environnement de l'agent

Les systèmes distribués deviennent de plus en plus dynamiques.

Quelques causes

- Fréquentes connexions et déconnexions au réseau
- Pannes fréquentes dues à la grande taille des réseaux
- Objets communicants en veille (énergie limitée)

Modèles classiques : les réseaux statiques tolérant aux fautes

- En supposant que la fréquence des fautes est faible
- En revenant sur le dernier état stable en cas de fautes

En fait, ces modèles deviennent insuffisants pour certains réseaux très dynamiques.

Graphes évolutifs

- de nombreux modèles ont été développés
- l'un des premiers modèles développés

[Ferreira, AlgoTel'02]

Un graphe évolutif est une paire $\mathcal{G} = (V, \mathcal{E})$, où V est un ensemble de n sommets statiques, et $\mathcal{E}$ est une fonction qui associe à tout entier $t \geq 1$ un ensemble d'arêtes non orientées $\mathcal{E}(t)$ dont les extrémités appartiennent à V.

Graphe sous-jacent

Étant donné un graphe dynamique $\mathcal{G} = (V, \mathcal{E})$, le graphe statique $G = (V, \bigcup_{i=0}^{\infty} \mathcal{E}(t))$ est appelé graphe sous-jacent de $\mathcal{G}$. Inversement, le graphe dynamique $\mathcal{G}$ est dit basé sur le graphe statique G.

Graphes évolutifs

- de nombreux modèles ont été développés
- l'un des premiers modèles développés

[Ferreira, AlgoTel'02]

Un graphe évolutif est une paire $\mathcal{G} = (V, \mathcal{E})$, où V est un ensemble de n sommets statiques, et $\mathcal{E}$ est une fonction qui associe à tout entier $t \geq 1$ un ensemble d'arêtes non orientées $\mathcal{E}(t)$ dont les extrémités appartiennent à V.

Graphe sous-jacent

Étant donné un graphe dynamique $\mathcal{G} = (V, \mathcal{E})$, le graphe statique $G = (V, \bigcup_{i=0}^{\infty} \mathcal{E}(t))$ est appelé graphe sous-jacent de $\mathcal{G}$. Inversement, le graphe dynamique $\mathcal{G}$ est dit basé sur le graphe statique G.

Graphes évolutifs

- de nombreux modèles ont été développés
- l'un des premiers modèles développés

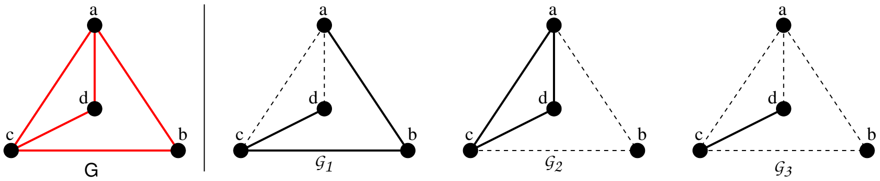
[Ferreira, AlgoTel'02]

Un graphe évolutif est une paire $\mathcal{G} = (\mathrm{V}, \mathcal{E})$, où V est un ensemble de n sommets statiques, et $\mathcal{E}$ est une fonction qui associe à tout entier $\mathrm{t} \geq 1$ un ensemble d'arêtes non orientées $\mathcal{E}(\mathrm{t})$ dont les extrémités appartiennent à V.

Graphe sous-jacent

Étant donné un graphe dynamique $\mathcal{G} = (\mathrm{V}, \mathcal{E})$, le graphe statique $\mathrm{G} = (\mathrm{V}, \bigcup_{\mathrm{i}=0}^{\infty} \mathcal{E}(\mathrm{t}))$ est appelé graphe sous-jacent de $\mathcal{G}$. Inversement, le graphe dynamique $\mathcal{G}$ est dit basé sur le graphe statique G.

Exemple de graphe évolutif



Le modèle des graphes évolutifs

Avantages

- Particulièrement adapté pour modéliser les réseaux dynamiques synchrones
- Il permet de considérer un ensemble extrêmement riche de réseaux dynamiques

Remarque

Pour obtenir des résultats intéressants, il est quasiment toujours nécessaire de formuler des hypothèses permettant de réduire les possibilités de graphes dynamiques engendrés par le modèle.

Le modèle des graphes évolutifs

Avantages

- Particulièrement adapté pour modéliser les réseaux dynamiques synchrones
- Il permet de considérer un ensemble extrêmement riche de réseaux dynamiques

Remarque

Pour obtenir des résultats intéressants, il est quasiment toujours nécessaire de formuler des hypothèses permettant de réduire les possibilités de graphes dynamiques engendrés par le modèle.

Exemples d'hypothèses

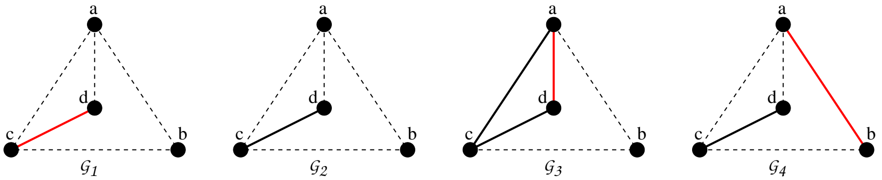
Connexité au cours du temps

Il existe un chemin temporel de tout sommet vers tout autre sommet.

Exemples d'hypothèses

Connexité au cours du temps

Il existe un chemin temporel de tout sommet vers tout autre sommet.



Exemples d'hypothèses

Connexité au cours du temps

Il existe un chemin temporel de tout sommet vers tout autre sommet.

Arêtes-périodiques

Les arêtes du graphe sous-jacent apparaissent et disparaissent de façon périodique.

Exemples d'hypothèses

Connexité au cours du temps

Il existe un chemin temporel de tout sommet vers tout autre sommet.

Arêtes-périodiques

Les arêtes du graphe sous-jacent apparaissent et disparaissent de façon périodique.

Constante connexité

Le graphe doit être connexe à chaque instant.

Sommaire

Graphes dynamiques T-intervalle-connexes

[Kuhn, Lynch et Oshman, STOC'10]

Définition

Soit $T \geq 1$ un entier, un graphe dynamique est T-intervalle-connexe si, pour toute fenêtre de T unités de temps, il existe un arbre couvrant stable pendant toute la période.

Exemple de graphe dynamique 2-intervalle-connexe

Graphes dynamiques T-intervalle-connexes

[Kuhn, Lynch et Oshman, STOC'10]

Définition

Soit $T \geq 1$ un entier, un graphe dynamique est T-intervalle-connexe si, pour toute fenêtre de T unités de temps, il existe un arbre couvrant stable pendant toute la période.

Exemple de graphe dynamique 2-intervalle-connexe

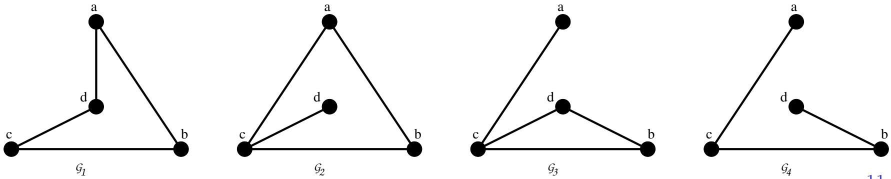
Graphes dynamiques T-intervalle-connexes

[Kuhn, Lynch et Oshman, STOC'10]

Définition

Soit $T \geq 1$ un entier, un graphe dynamique est T-intervalle-connexe si, pour toute fenêtre de T unités de temps, il existe un arbre couvrant stable pendant toute la période.

Exemple de graphe dynamique 2-intervalle-connexe



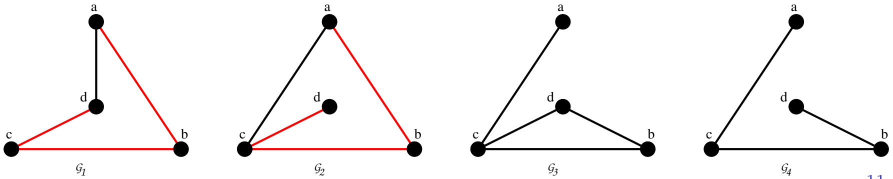
Graphes dynamiques T-intervalle-connexes

[Kuhn, Lynch et Oshman, STOC'10]

Définition

Soit $T \geq 1$ un entier, un graphe dynamique est T-intervalle-connexe si, pour toute fenêtre de T unités de temps, il existe un arbre couvrant stable pendant toute la période.

Exemple de graphe dynamique 2-intervalle-connexe



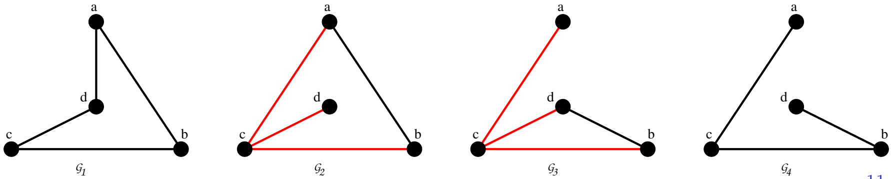
Graphes dynamiques T-intervalle-connexes

[Kuhn, Lynch et Oshman, STOC'10]

Définition

Soit $T \geq 1$ un entier, un graphe dynamique est T-intervalle-connexe si, pour toute fenêtre de T unités de temps, il existe un arbre couvrant stable pendant toute la période.

Exemple de graphe dynamique 2-intervalle-connexe



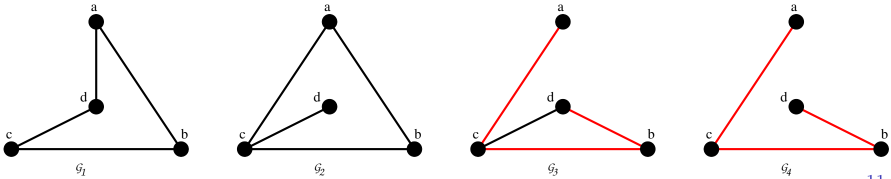
Graphes dynamiques T-intervalle-connexes

[Kuhn, Lynch et Oshman, STOC'10]

Définition

Soit $T \geq 1$ un entier, un graphe dynamique est T-intervalle-connexe si, pour toute fenêtre de T unités de temps, il existe un arbre couvrant stable pendant toute la période.

Exemple de graphe dynamique 2-intervalle-connexe



Graphes dynamiques T-intervalle-connexes

Quelques résultats intéressants [KLO10]

- Si le graphe est 1-intervalle-connexe, les noeuds peuvent déterminer la taille du graphe et calculer toute fonction calculable en $O(n^2)$ unités de temps.
- Si le graphe est T-intervalle-connexe, pour $T > 1$, le calcul peut être accéléré par un facteur T.

Graphes dynamiques T-intervalle-connexes

Quelques résultats intéressants [KLO10]

- Si le graphe est 1-intervalle-connexe, les noeuds peuvent déterminer la taille du graphe et calculer toute fonction calculable en $O(n^2)$ unités de temps.
- Si le graphe est T-intervalle-connexe, pour $T > 1$, le calcul peut être accéléré par un facteur T.

Problème

- Nous étudions le problème de l'exploration par un agent mobile des graphes dynamiques T-intervalle-connexes.
- L'agent peut, en une unité de temps, traverser au plus une arête.
- Un agent explore le graphe dynamique si et seulement si il visite l'ensemble de ses sommets

Objectif

Trouver la complexité en temps (en pire cas) de ce problème.

Problème

- Nous étudions le problème de l'exploration par un agent mobile des graphes dynamiques T-intervalle-connexes.
- L'agent peut, en une unité de temps, traverser au plus une arête.
- Un agent explore le graphe dynamique si et seulement si il visite l'ensemble de ses sommets

Objectif

Trouver la complexité en temps (en pire cas) de ce problème.

Problème

- Nous étudions le problème de l'exploration par un agent mobile des graphes dynamiques T-intervalle-connexes.
- L'agent peut, en une unité de temps, traverser au plus une arête.
- Un agent explore le graphe dynamique si et seulement si il visite l'ensemble de ses sommets

Objectif

Trouver la complexité en temps (en pire cas) de ce problème.

Problème

- Nous étudions le problème de l'exploration par un agent mobile des graphes dynamiques T-intervalle-connexes.
- L'agent peut, en une unité de temps, traverser au plus une arête.
- Un agent explore le graphe dynamique si et seulement si il visite l'ensemble de ses sommets

Objectif

Trouver la complexité en temps (en pire cas) de ce problème.

Les Scénarios

Nous considérons le problème dans deux scénarios

Scénario 1

L'agent connaît entièrement et exactement la dynamique du graphe.

Scénario 2

L'agent ne connaît pas la dynamique du graphe, c'est-à-dire les temps d'apparition et de disparition des arêtes.

Les Scénarios

Nous considérons le problème dans deux scénarios

Scénario 1

L'agent connaît entièrement et exactement la dynamique du graphe.

Scénario 2

L'agent ne connaît pas la dynamique du graphe, c'est-à-dire les temps d'apparition et de disparition des arêtes.

Les Scénarios

Nous considérons le problème dans deux scénarios

Scénario 1

L'agent connaît entièrement et exactement la dynamique du graphe.

Scénario 2

L'agent ne connaît pas la dynamique du graphe, c'est-à-dire les temps d'apparition et de disparition des arêtes.

Les Scénarios

Nous considérons le problème dans deux scénarios

Scénario 1

L'agent connaît entièrement et exactement la dynamique du graphe.

Réseaux dynamiques prévisibles, tels que les réseaux de transport en commun par exemple.

Scénario 2

L'agent ne connaît pas la dynamique du graphe, c'est-à-dire les temps d'apparition et de disparition des arêtes.

Les Scénarios

Nous considérons le problème dans deux scénarios

Scénario 1

L'agent connaît entièrement et exactement la dynamique du graphe.

Réseaux dynamiques prévisibles, tels que les réseaux de transport en commun par exemple.

Scénario 2

L'agent ne connaît pas la dynamique du graphe, c'est-à-dire les temps d'apparition et de disparition des arêtes.

Réseaux dont les changements sont liés à des pannes fréquentes et imprévisibles.

Dynamique non connue

Le cas ou l'agent ne connaît pas la dynamique du graphe

- Exploration impossible [KLO10]

- Supposons que le graphe dynamique est δ-récurrent

δ-récurrence (définition)

Un graphe dynamique est δ-récurrent si toute arête du graphe sous-jacent apparaît au moins une fois toutes les δ unités de temps.

Dynamique non connue

Le cas ou l'agent ne connaît pas la dynamique du graphe

- Exploration impossible [KLO10]

- Supposons que le graphe dynamique est δ-récurrent

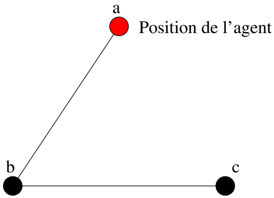
δ-récurrence (définition)

Un graphe dynamique est δ-récurrent si toute arête du graphe sous-jacent apparaît au moins une fois toutes les δ unités de temps.

Dynamique non connue

Le cas ou l'agent ne connaît pas la dynamique du graphe

- Exploration impossible [KLO10]



- Supposons que le graphe dynamique est δ-récurrent

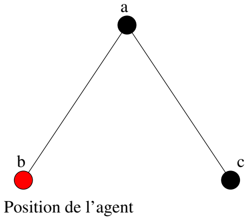
δ-récurrence (définition)

Un graphe dynamique est δ-récurrent si toute arête du graphe sous-jacent apparaît au moins une fois toutes les δ unités de temps.

Dynamique non connue

Le cas ou l'agent ne connaît pas la dynamique du graphe

- Exploration impossible [KLO10]



- Supposons que le graphe dynamique est δ-récurrent

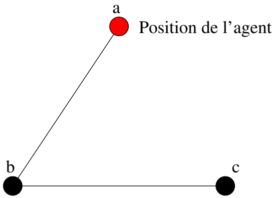
δ-récurrence (définition)

Un graphe dynamique est δ-récurrent si toute arête du graphe sous-jacent apparaît au moins une fois toutes les δ unités de temps.

Dynamique non connue

Le cas ou l'agent ne connaît pas la dynamique du graphe

- Exploration impossible [KLO10]



- Supposons que le graphe dynamique est δ-récurrent

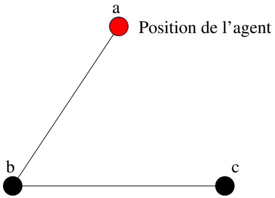
δ-récurrence (définition)

Un graphe dynamique est δ-récurrent si toute arête du graphe sous-jacent apparaît au moins une fois toutes les δ unités de temps.

Dynamique non connue

Le cas ou l'agent ne connaît pas la dynamique du graphe

- Exploration impossible [KLO10]



- Supposons que le graphe dynamique est δ-récurrent

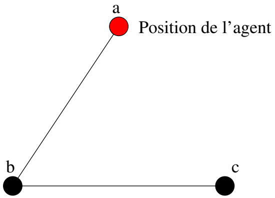
δ-récurrence (définition)

Un graphe dynamique est δ-récurrent si toute arête du graphe sous-jacent apparaît au moins une fois toutes les δ unités de temps.

Dynamique non connue

Le cas ou l'agent ne connaît pas la dynamique du graphe

- Exploration impossible [KLO10]



- Supposons que le graphe dynamique est δ-récurrent

δ-récurrence (définition)

Un graphe dynamique est δ-récurrent si toute arête du graphe sous-jacent apparaît au moins une fois toutes les δ unités de temps.

Graphes dynamiques T-intervalle-connexes

Diamètre temporel est au plus $n - 1$ [KLO10]

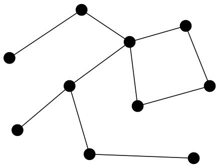
Dans le cas où l'agent connaît la dynamique du graphe

Temps d'exploration

- Borne supérieure $O(n^2)$
- Borne inférieure $2n - 3$ Peut-on réduire l'écart ?

Graphes dynamiques T-intervalle-connexes

Diamètre temporel est au plus $n - 1$ [KLO10]



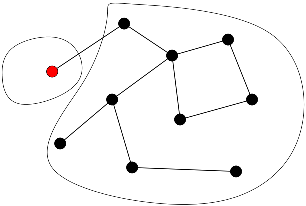
Dans le cas où l'agent connaît la dynamique du graphe

Temps d'exploration

- Borne supérieure $O(n^2)$
- Borne inférieure $2n - 3$ Peut-on réduire l'écart ?

Graphes dynamiques T-intervalle-connexes

Diamètre temporel est au plus $n-1$ [KLO10]



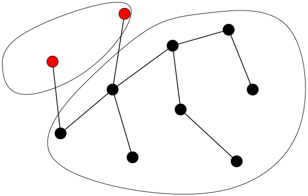
Dans le cas où l'agent connaît la dynamique du graphe

Temps d'exploration

- Borne supérieure $O(n^2)$
- Borne inférieure $2n-3$ Peut-on réduire l'écart ?

Graphes dynamiques T-intervalle-connexes

Diamètre temporel est au plus $n - 1$ [KLO10]



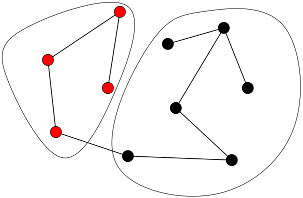
Dans le cas où l'agent connaît la dynamique du graphe

Temps d'exploration

- Borne supérieure $O(n^2)$
- Borne inférieure $2n - 3$ Peut-on réduire l'écart ?

Graphes dynamiques T-intervalle-connexes

Diamètre temporel est au plus $n - 1$ [KLO10]



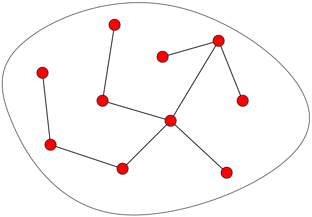
Dans le cas où l'agent connaît la dynamique du graphe

Temps d'exploration

- Borne supérieure $O(n^2)$
- Borne inférieure $2n - 3$ Peut-on réduire l'écart ?

Graphes dynamiques T-intervalle-connexes

Diamètre temporel est au plus $n - 1$ [KLO10]



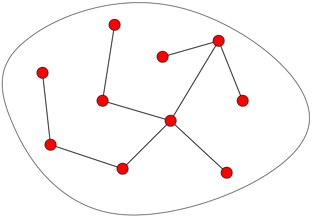
Dans le cas où l'agent connaît la dynamique du graphe

Temps d'exploration

- Borne supérieure $O(n^2)$
- Borne inférieure $2n - 3$ Peut-on réduire l'écart ?

Graphes dynamiques T-intervalle-connexes

Diamètre temporel est au plus $n-1$ [KLO10]



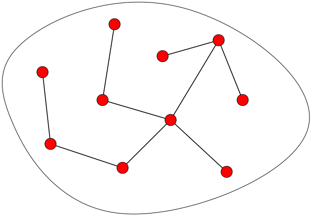
Dans le cas où l'agent connaît la dynamique du graphe

Temps d'exploration

- Borne supérieure $O(n^2)$
- Borne inférieure $2n-3$ Peut-on réduire l'écart ?

Graphes dynamiques T-intervalle-connexes

Diamètre temporel est au plus $n - 1$ [KLO10]



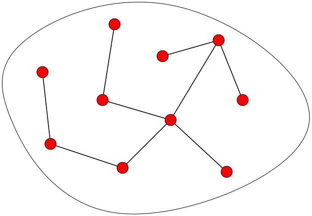
Dans le cas où l'agent connaît la dynamique du graphe

Temps d'exploration

- Borne supérieure $O(n^2)$
- Borne inférieure $2n - 3$ Peut-on réduire l'écart ?

Graphes dynamiques T-intervalle-connexes

Diamètre temporel est au plus $n-1$ [KLO10]



Dans le cas où l'agent connaît la dynamique du graphe

Temps d'exploration

- Borne supérieure $O(n^2)$
- Borne inférieure $2n-3$ Peut-on réduire l'écart ?

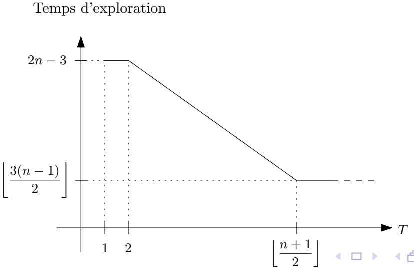
Sommaire

Résultats (1)

Le graphe sous-jacent est un anneau à n sommets

L'agent connaît la dynamique du graphe

$$\begin{cases} 2n-3 & \text{si} \quad T=1 \\ 2n-T-1 & \text{si} \quad 2 \leq T < (n+1)/2 \\ \left\lfloor \frac{3(n-1)}{2} \right\rfloor & \text{si} \quad T \geq (n+1)/2 \end{cases}$$



Résultats (2)

Le graphe sous-jacent est un anneau à n sommets

L'agent ne connaît pas la dynamique du graphe (δ-récurrent)

- Borne inf.

$$n - 1 + \left\lfloor \frac{n-3}{\max\{1, T-1\}} \right\rfloor (\delta - 1)$$

- Borne sup.

$$n - 1 + \left\lceil \frac{n-1}{\max\{1, T-1\}} \right\rceil (\delta - 1)$$

L'agent connaît la dynamique du graphe

Théorème (Borne inf.)

Pour tout $n \geq 3$ et $T \geq 1$, il existe un graphe à la dynamique connue T-intervalle-connexe basé sur un anneau à n sommets tel que tout agent doit faire au moins

$$\begin{cases} 2n-3 & \text{if } T = 1 \\ 2n-T-1 & \text{if } 2 \leq T < (n+1)/2 \\ \left\lfloor \frac{3(n-1)}{2} \right\rfloor & \text{if } T \geq (n+1)/2 \end{cases}$$

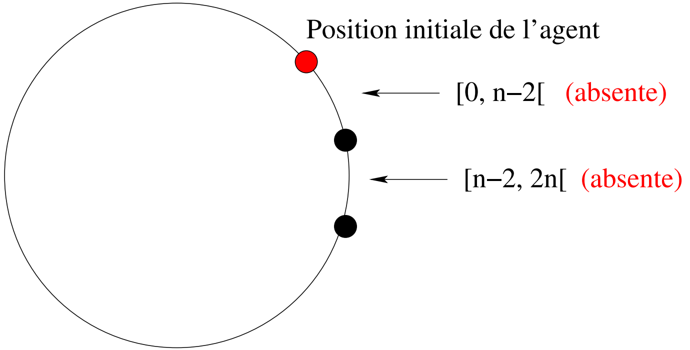
unités de temps pour l'explorer.

Idée de la borne inférieure pour T=1

Pour tout $n \geq 3$ et $T = 1$, il existe un graphe à la dynamique connue 1-intervalle-connexe basé sur un anneau à n sommets tel que tout agent doit faire au moins $2n - 3$ unités de temps pour l'explorer.

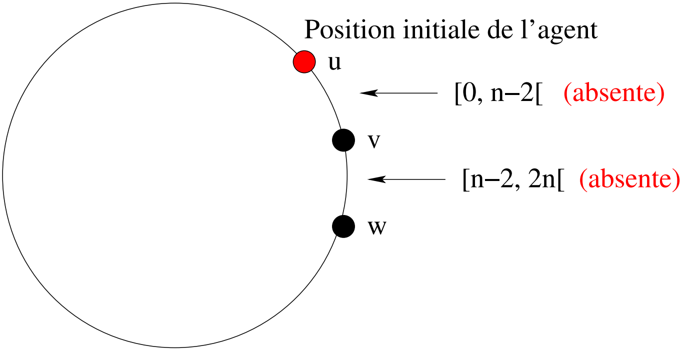
Idée de la borne inférieure pour T=1

Pour tout $n \geq 3$ et $T = 1$, il existe un graphe à la dynamique connue 1-intervalle-connexe basé sur un anneau à n sommets tel que tout agent doit faire au moins $2n - 3$ unités de temps pour l'explorer.



Idée de la borne inférieure pour T=1

Pour tout $n \geq 3$ et $T = 1$, il existe un graphe à la dynamique connue 1-intervalle-connexe basé sur un anneau à n sommets tel que tout agent doit faire au moins $2n - 3$ unités de temps pour l'explorer.



L'agent connaît la dynamique du graphe

Théorème (Borne sup.)

Pour tout entier $T \geq 1$ et pour tout graphe à la dynamique connue T-intervalle-connexe basé sur un anneau à n sommets, il existe un agent (algorithme) capable d'explorer ce graphe dynamique en un temps au plus

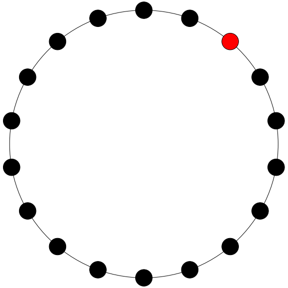
$$\begin{cases} 2n - 3 & \text{si} \quad T = 1 \\ 2n - T - 1 & \text{si} \quad 2 \leq T < (n+1)/2 \\ \left\lfloor \frac{3(n-1)}{2} \right\rfloor & \text{si} \quad T \geq (n+1)/2 \end{cases}$$

Idée de la borne supérieure pour T=1

Pour tout entier $n \geq 3$ et $T = 1$ et pour tout graphe à la dynamique connue T-intervalle-connexe basé sur un anneau A_n, il existe un agent (algorithme) capable d'explorer ce graphe dynamique en au plus $2n - 3$ unités de temps.

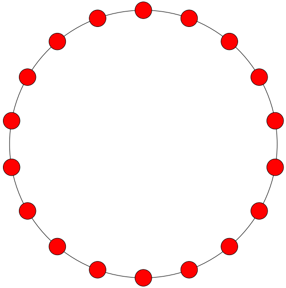
Idée de la borne supérieure pour T=1

Pour tout entier $n \geq 3$ et $T = 1$ et pour tout graphe à la dynamique connue T-intervalle-connexe basé sur un anneau A_n, il existe un agent (algorithme) capable d'explorer ce graphe dynamique en au plus $2n - 3$ unités de temps.



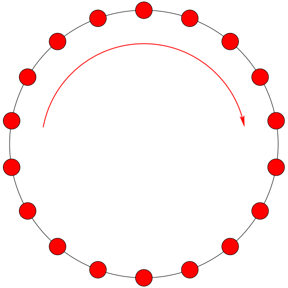
Idée de la borne supérieure pour T=1

Pour tout entier $n \geq 3$ et $T = 1$ et pour tout graphe à la dynamique connue T-intervalle-connexe basé sur un anneau A_n, il existe un agent (algorithme) capable d'explorer ce graphe dynamique en au plus $2n - 3$ unités de temps.



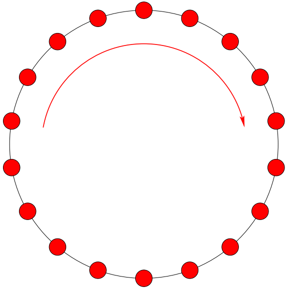
Idée de la borne supérieure pour T=1

Pour tout entier $n \geq 3$ et $T = 1$ et pour tout graphe à la dynamique connue T-intervalle-connexe basé sur un anneau A_n, il existe un agent (algorithme) capable d'explorer ce graphe dynamique en au plus $2n - 3$ unités de temps.



Idée de la borne supérieure pour T=1

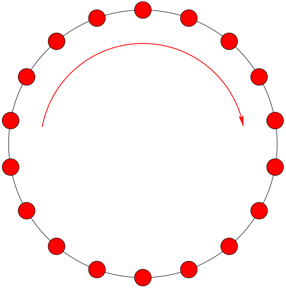
Pour tout entier $n \geq 3$ et $T = 1$ et pour tout graphe à la dynamique connue T-intervalle-connexe basé sur un anneau A_n, il existe un agent (algorithme) capable d'explorer ce graphe dynamique en au plus $2n - 3$ unités de temps.



E_i

Idée de la borne supérieure pour T=1

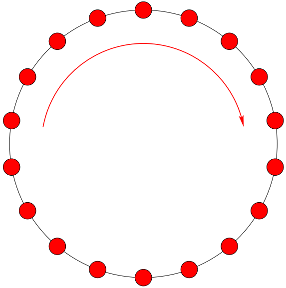
Pour tout entier $n \geq 3$ et $T = 1$ et pour tout graphe à la dynamique connue T-intervalle-connexe basé sur un anneau A_n, il existe un agent (algorithme) capable d'explorer ce graphe dynamique en au plus $2n - 3$ unités de temps.



$$|E_0| = n$$

Idée de la borne supérieure pour T=1

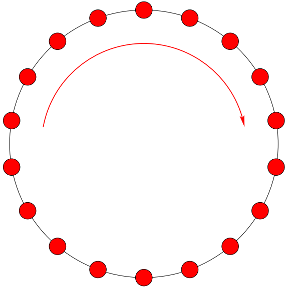
Pour tout entier $n \geq 3$ et $T = 1$ et pour tout graphe à la dynamique connue T-intervalle-connexe basé sur un anneau A_n, il existe un agent (algorithme) capable d'explorer ce graphe dynamique en au plus $2n - 3$ unités de temps.



$$|E_i| \geq n - i$$

Idée de la borne supérieure pour T=1

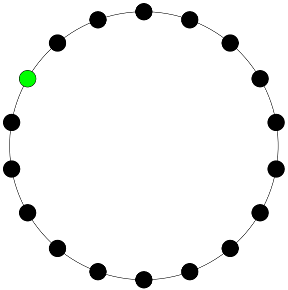
Pour tout entier $n \geq 3$ et $T = 1$ et pour tout graphe à la dynamique connue T-intervalle-connexe basé sur un anneau A_n, il existe un agent (algorithme) capable d'explorer ce graphe dynamique en au plus $2n - 3$ unités de temps.



$$|E_{n-1}| \geq 1$$

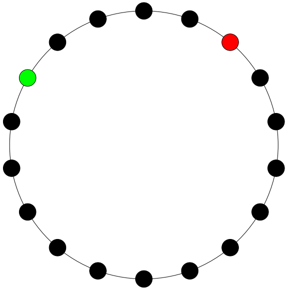
Idée de la borne supérieure pour T=1

Pour tout entier $n \geq 3$ et $T = 1$ et pour tout graphe à la dynamique connue T-intervalle-connexe basé sur un anneau A_n, il existe un agent (algorithme) capable d'explorer ce graphe dynamique en au plus $2n - 3$ unités de temps.



Idée de la borne supérieure pour T=1

Pour tout entier $n \geq 3$ et $T = 1$ et pour tout graphe à la dynamique connue T-intervalle-connexe basé sur un anneau A_n, il existe un agent (algorithme) capable d'explorer ce graphe dynamique en au plus $2n - 3$ unités de temps.



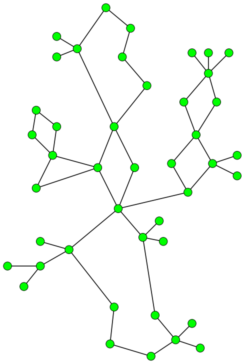
$n - 1$

Sommaire

Un cactus

Définition

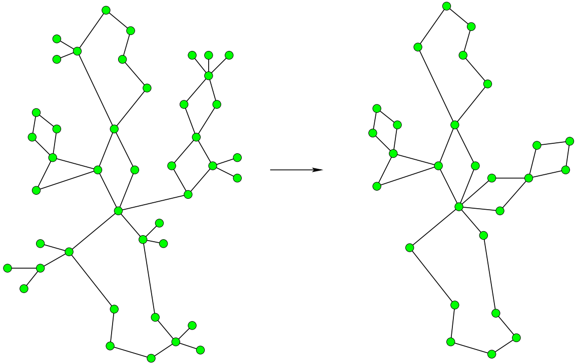
Un cactus est un graphe $G = (V, E)$ connexe dans lequel deux cycles ont au plus un sommet en commun



Un cactus

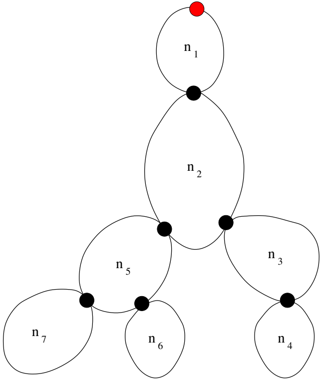
Définition

Un cactus est un graphe $G = (V, E)$ connexe dans lequel deux cycles ont au plus un sommet en commun



Nous allons utiliser le formalisme classique des arbres enracinés

- degré = nombre de cycles attachés
- fils
- père
- profondeur



Notre contributions

Trois méthodes d'exploration (algorithmes)

- Méthode chaîne : $\sum_{i=1}^{k} d_i \cdot n_i$ unités de temps
- Méthode étoile : $\sum_{i=1}^{k} 2^{p_i} \cdot n_i$ unités de temps
- Méthode mixte : $2^{\Theta(\sqrt{\log n})} \cdot n$ unités de temps

Notre contributions

Trois méthodes d'exploration (algorithmes)

- Méthode chaîne : $\sum_{i=1}^{k} d_i \cdot n_i$ unités de temps
- Méthode étoile : $\sum_{i=1}^{k} 2^{p_i} \cdot n_i$ unités de temps
- Méthode mixte : $2^{\Theta(\sqrt{\log n})} \cdot n$ unités de temps

Notre contributions

Trois méthodes d'exploration (algorithmes)

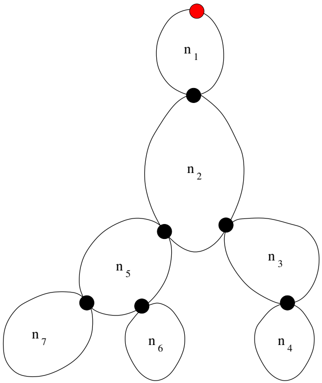
- Méthode chaîne : $\sum_{i=1}^{k} d_i \cdot n_i$ unités de temps
- Méthode étoile : $\sum_{i=1}^{k} 2^{p_i} \cdot n_i$ unités de temps
- Méthode mixte : $2^{\Theta(\sqrt{\log n})} \cdot n$ unités de temps

Notre contributions

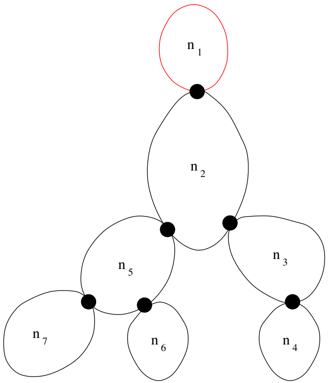
Trois méthodes d'exploration (algorithmes)

- Méthode chaîne : $\sum_{i=1}^{k} d_i \cdot n_i$ unités de temps
- Méthode étoile : $\sum_{i=1}^{k} 2^{p_i} \cdot n_i$ unités de temps
- Méthode mixte : $2^{\Theta(\sqrt{\log n})} \cdot n$ unités de temps

Méthode chaîne

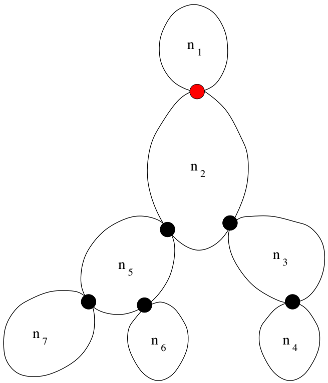


Méthode chaîne



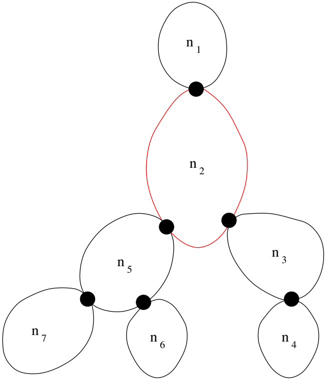
$2n_1 - 3$ (explorer l'anneau)

Méthode chaîne



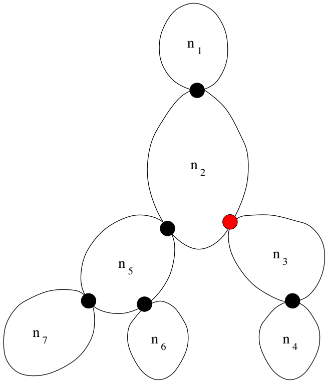
$n_1 - 1$ (aller au sommet de rattachement)

Méthode chaîne



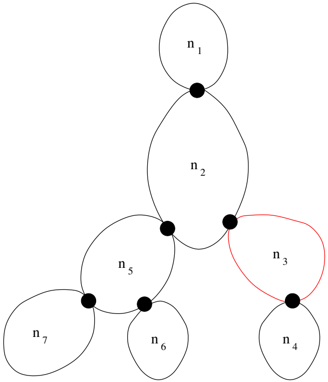
$$2n_2 - 3$$

Méthode chaîne



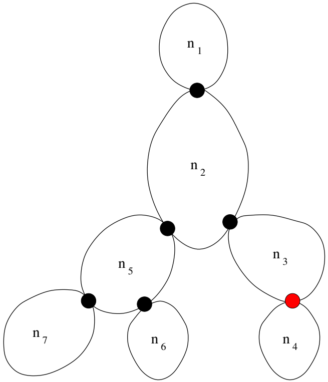
$$n_2 - 1$$

Méthode chaîne



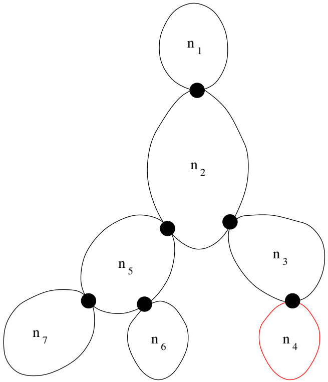
$$2n_3 - 3$$

Méthode chaîne



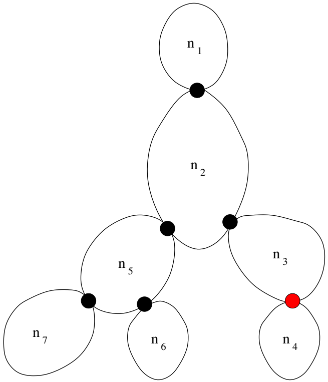
$n_3 - 1$

Méthode chaîne



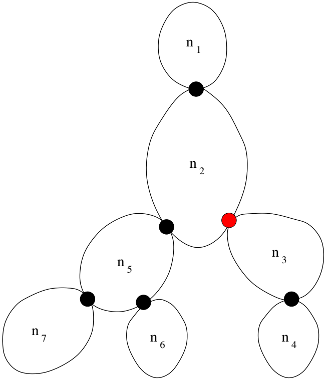
$$2n_4 - 3$$

Méthode chaîne



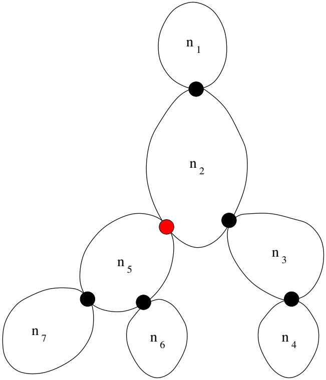
$n_4 - 1$

Méthode chaîne



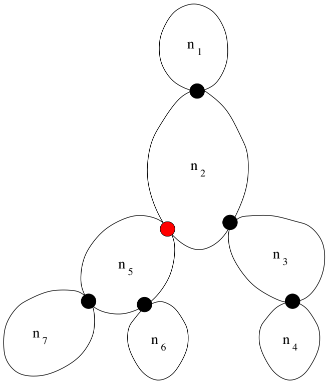
$$n_3 - 1$$

Méthode chaîne



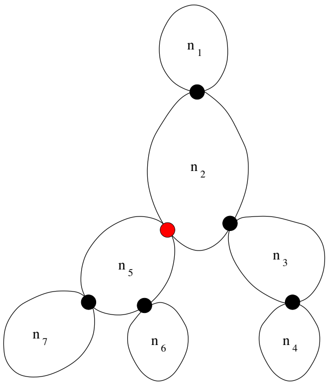
$$n_2 - 1$$

Méthode chaîne



temps d'exploration $\sum_{i=1}^{k}(2 + d_i)n_i$ unités de temps

Méthode chaîne



Méthode chaîne

Méthode chaîne

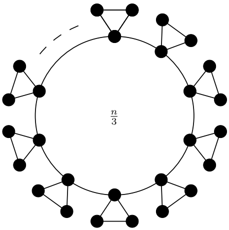
Théorème

Un agent exécutant la Méthode-chaine est capable d'explorer tous les graphes dynamiques 1-intervalle-connexes basés sur un cactus à N sommets en au plus $\sum_{i=1}^{k}((2+d_i)n_i-(d_i+3))$ unités de temps, avec n_i la taille de l'anneau i, d_i son degré, et k le nombre d'anneau du cactus.

Méthode chaîne

Théorème

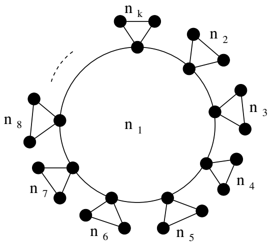
Un agent exécutant la Méthode-chaine est capable d'explorer tous les graphes dynamiques 1-intervalle-connexes basés sur un cactus à N sommets en au plus $\sum_{i=1}^{k}((2 + d_i)n_i - (d_i + 3))$ unités de temps, avec n_i la taille de l'anneau i, d_i son degré, et k le nombre d'anneau du cactus.



Méthode étoile

Méthode étoile

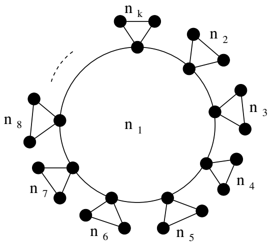
En explorant un anneau, si l'agent arrive sur un sommet où est accroché un anneau fils, il l'explore récursivement puis il retourne au point de rattachement et continue son exploration.



Méthode étoile

Méthode étoile

En explorant un anneau, si l'agent arrive sur un sommet où est accroché un anneau fils, il l'explore récursivement puis il retourne au point de rattachement et continue son exploration.

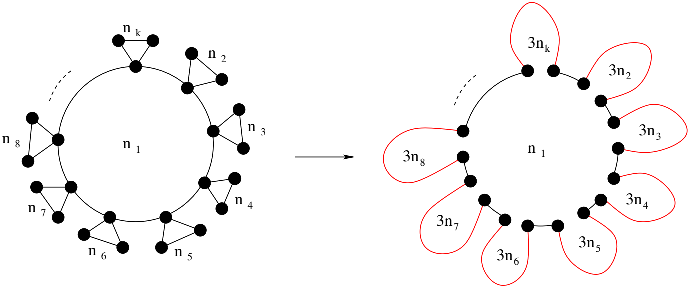


$3 \times n_i - 4$ unités de temps

Méthode étoile

Méthode étoile

En explorant un anneau, si l'agent arrive sur un sommet où est accroché un anneau fils, il l'explore récursivement puis il retourne au point de rattachement et continue son exploration.

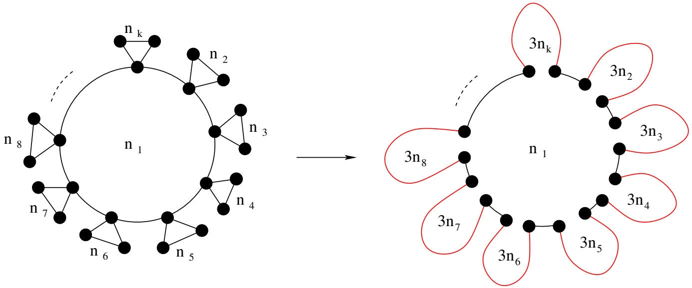


$3 \times n_i - 4$ unités de temps

Méthode étoile

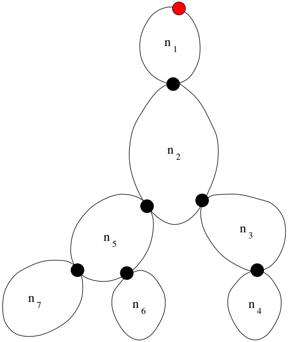
Méthode étoile

En explorant un anneau, si l'agent arrive sur un sommet où est accroché un anneau fils, il l'explore récursivement puis il retourne au point de rattachement et continue son exploration.

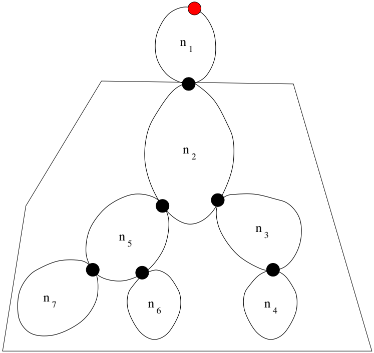


$2 \times (3 \times n)$ unités de temps

Méthode étoile

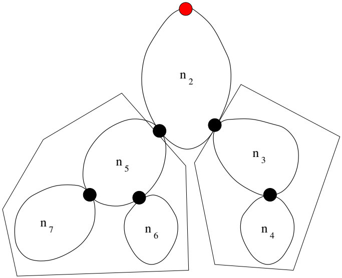


Méthode étoile



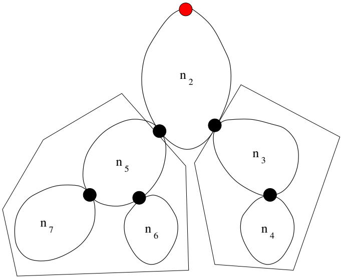
$2(n_1 +$ coût(sous-arbre)$)$

Méthode étoile



$2(n_1 + 2(n_2 + \text{coût(sous-arbre1)} + \text{coût(sous-arbre2)}))$

Méthode étoile



temps d'exploration $\sum_{i=1}^{k} 2^{p_i} n_i$ unités de temps

Méthode étoile

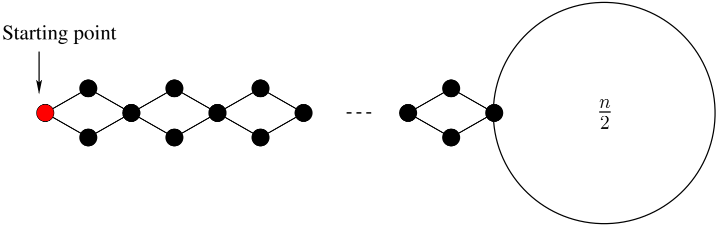
Théorème

Un agent exécutant la Méthode-étoile est capable d'explorer tous les graphes dynamiques 1-intervalle-connexes basés sur un cactus à N sommets en au plus $(\sum_{i=1}^{k} 2^{p_i}(3n_i - 3))$ unités de temps, avec n_i la taille de l'anneau i, p_i sa profondeur, et k le nombre d'anneau du cactus.

Méthode étoile

Théorème

Un agent exécutant la Méthode-étoile est capable d'explorer tous les graphes dynamiques 1-intervalle-connexes basés sur un cactus à N sommets en au plus $(\sum_{i=1}^{k} 2^{p_i}(3n_i - 3))$ unités de temps, avec n_i la taille de l'anneau i, p_i sa profondeur, et k le nombre d'anneau du cactus.



Méthode mixte

Aucune des deux méthodes ne donne O(n) sans supposition supplémentaire

Solution : combiner les deux méthodes ?

Algorithm 1 Mixed-method

```
if the agent is on a ring that has no child then
    use the ring exploration algorithm
else
    if the size of the current ring is greater than the cost of exploring the subtree then
        use the Star-method
    else
        use the Chain-method
    end if
end if
```

Méthode mixte

Aucune des deux méthodes ne donne O(n) sans supposition supplémentaire
Solution : combiner les deux méthodes ?

Algorithm 2 Mixed-method

```
if the agent is on a ring that has no child then
    use the ring exploration algorithm
else
    if the size of the current ring is greater than the cost of
    exploring the subtree then
        use the Star-method
    else
        use the Chain-method
    end if
end if
```

Méthode mixte

Aucune des deux méthodes ne donne O(n) sans supposition supplémentaire
Solution : combiner les deux méthodes ?

Algorithm 3 Mixed-method

```
1: if the agent is on a ring that has no child then
2:     use the ring exploration algorithm
3: else
4:     if the size of the current ring is greater than the cost of
       exploring the subtree then
5:         use the Star-method
6:     else
7:         use the Chain-method
8:     end if
9: end if
```

Méthode mixte

- Borne sup. $2^{O(\sqrt{\log n})} \cdot n$ unités de temps
- Borne inf. $2^{\Omega(\sqrt{\log n})} \cdot n$ unités de temps

Méthode mixte

- Borne sup. $2^{O(\sqrt{\log n})} \cdot n$ unités de temps
- Borne inf. $2^{\Omega(\sqrt{\log n})} \cdot n$ unités de temps

Sommaire

Résumé

- Graphe sous-jacent est un anneau
  Bornes sont serrées
- Graphe sous-jacent est un cactus
  Trois méthodes d'exploration (algorithmes)
  - Méthode chaîne : $\sum_{i=1}^{k} d_i \cdot n_i$ unités de temps
  - Méthode étoile : $\sum_{i=1}^{k} 2^{p_i} \cdot n_i$ unités de temps
  - Méthode mixte : $2^{\Theta(\sqrt{\log n})} \cdot n$ unités de temps

Résumé

- Graphe sous-jacent est un anneau
  Bornes sont serrées
- Graphe sous-jacent est un cactus
  Trois méthodes d'exploration (algorithmes)
  - Méthode chaîne : $\sum_{i=1}^{k} d_i \cdot n_i$ unités de temps
  - Méthode étoile : $\sum_{i=1}^{k} 2^{p_i} \cdot n_i$ unités de temps
  - Méthode mixte : $2^{\Theta(\sqrt{\log n})} \cdot n$ unités de temps

Résumé

- Graphe sous-jacent est un anneau
  Bornes sont serrées
- Graphe sous-jacent est un cactus
  Trois méthodes d'exploration (algorithmes)
  - Méthode chaîne : $\sum_{i=1}^{k} d_i \cdot n_i$ unités de temps
  - Méthode étoile : $\sum_{i=1}^{k} 2^{p_i} \cdot n_i$ unités de temps
  - Méthode mixte : $2^{\Theta(\sqrt{\log n})} \cdot n$ unités de temps

Résumé

- Graphe sous-jacent est un anneau
  Bornes sont serrées
- Graphe sous-jacent est un cactus
  Trois méthodes d'exploration (algorithmes)
  - Méthode chaîne : $\sum_{i=1}^{k} d_i \cdot n_i$ unités de temps
  - Méthode étoile : $\sum_{i=1}^{k} 2^{p_i} \cdot n_i$ unités de temps
  - Méthode mixte : $2^{\Theta(\sqrt{\log n})} \cdot n$ unités de temps

Résumé

- Graphe sous-jacent est un anneau
  Bornes sont serrées
- Graphe sous-jacent est un cactus
  Trois méthodes d'exploration (algorithmes)
  - Méthode chaîne : $\sum_{i=1}^{k} d_i \cdot n_i$ unités de temps
  - Méthode étoile : $\sum_{i=1}^{k} 2^{p_i} \cdot n_i$ unités de temps
  - Méthode mixte : $2^{\Theta(\sqrt{\log n})} \cdot n$ unités de temps

Perspectives

- voir si la T-intervalle-connexité permet de réduire le temps d'exploration (pour $T > 1$)
- étendre la famille des graphes sous-jacents

Perspectives

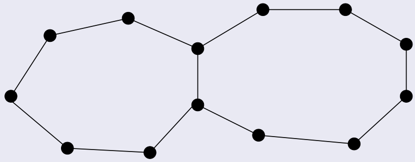
- voir si la T-intervalle-connexité permet de réduire le temps d'exploration (pour $T > 1$)
- étendre la famille des graphes sous-jacents

Perspectives

- voir si la T-intervalle-connexité permet de réduire le temps d'exploration (pour $T > 1$)
- étendre la famille des graphes sous-jacents

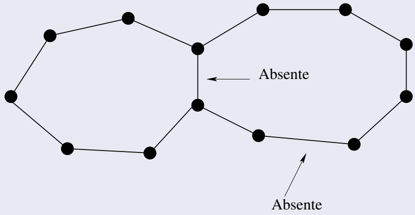
Perspectives

- voir si la T-intervalle-connexité permet de réduire le temps d'exploration (pour $T > 1$)
- étendre la famille des graphes sous-jacents



Perspectives

- voir si la T-intervalle-connexité permet de réduire le temps d'exploration (pour $T > 1$)
- étendre la famille des graphes sous-jacents



Perspectives

Plus générales

- supposer que l'agent ne connaît pas la dynamique du graphe
- considérer plusieurs agents
- considérer d'autres familles de graphes dynamiques

Perspectives

Plus générales

- supposer que l'agent ne connaît pas la dynamique du graphe
- considérer plusieurs agents
- considérer d'autres familles de graphes dynamiques

Perspectives

Plus générales

- supposer que l'agent ne connaît pas la dynamique du graphe
- considérer plusieurs agents
- considérer d'autres familles de graphes dynamiques

Merci de votre attention

Merci de votre attention